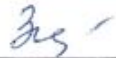

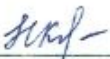




11-5

Наименование муниципального образования	Город Заринск
Наименование образовательной организации (полное название)	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №15 с углубленным изучением отдельных предметов города Заринска
Предмет	Математика
Дата проведения олимпиады	28.11.2018
Класс обучения	11
Класс участия	11
Ф.И.О участника	Горашкова Алена Леонидовна
Ф.И.О. учителя по математике	Зайферт Галина Владимировна
ИТОГОВЫЙ БАЛЛ	
Подписи членов жюри	
Зайферт Галина Владимировна	
Иванова Александра Петровна	
Кондратьева Наталья Петровна	
Яргина Мария Анатольевна	
Тимофеева Людмила Дмитриевна	

5. Дано: 100 учеников, 6 вопросов теста, ответ на тест правильный или неправильный, либо три ответа правильно не менее чем на 5 вопросов.

Найти: может ли быть 470 правильных ответов?

Решение: по условию, либо три ответа правильно не менее чем на 5 вопросов теста, то есть на 5 или 6 вопросов и более вопросов. То есть, минимальная сумма правильных ответов равна 5, максимальная - 18 (когда все ученики решают тест с максимальным числом правильных ответов). Вариант, когда три ученика получают 0 баллов, быть не может  $\Rightarrow$  число учеников, получивших 0 баллов, максимум 2. учеников, получивших 6 баллов, ~~не~~ может быть максимум 47. ( $470 : 5 = 94$ ;  $94 : 2 = 47$ ;  $47 : 47 = 1$ ).  $47 \cdot 6 = 282$  правильных ответа. Из 470 остаётся ~~то~~  $470 - 282 = 188$  ответов. 34 ученика отвечают на 5 вопросов, тогда  $34 \cdot 5 = 170$ . Остаются  $188 - 170 = 18$  вопросов, и  $100 - 47 - 2 - 34 = 17$  учеников. Из них 16 отвечают правильно

на 1 вопрос, 1 ответ правильно на 2 вопроса.

Итак, общее количество верных ответов может равняться 470.

Ответ: может



1. Дано:  $\triangle ABC$ , величины всех углов удовлетворяют уравнению  $4 \cos^2 2x = 1$

Решение: 1) Решим уравнение  $4 \cos^2 2x = 1$

$$\cos^2 2x = \frac{1}{4}$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2}$$

или

$$\cos 2x = -\frac{1}{2}$$

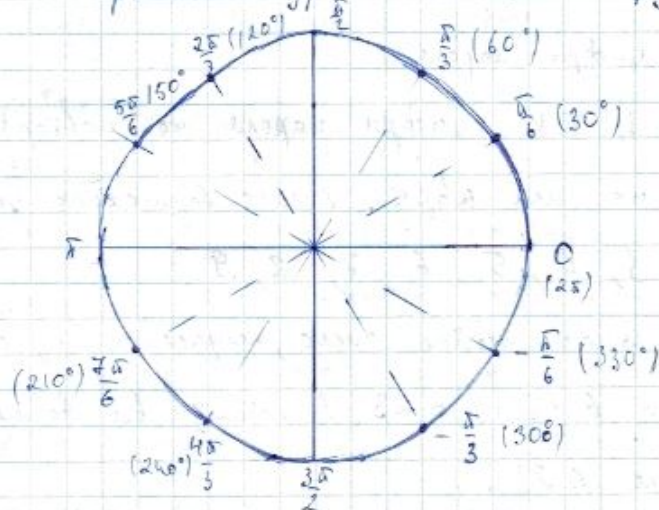
$$2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

$$2x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$$

2) Отметим решения уравнения на окружности



3)  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

11-5

На основании из условия треугольника не может превосходить по величине  $180^\circ$   $\angle A = 180^\circ$ , в остальном нам подходят углы:  $30^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ . Отсюда получаем следующие случаи:

- 1) равнобедренный треугольник ( $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ )
- 2) равнобедренный тупоугольный треугольник ( $\angle A = 120^\circ, \angle B = \angle C = 30^\circ$ )
- ~~3) равнобедренный тупоугольный треугольник~~

Получается, что возможных случаев 2.

Ответ: 2 возможных случая;  $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ ;  
 $\angle A = 120^\circ, \angle B = \angle C = 30^\circ$ .

2. Дано: Пароль состоит из 4 различных цифр, сумма любых трёх даёт простое число

Найти: цифры пароля

Решение: 1) Т.к. цифры пароля не повторяются, обозначим их как  $a, b, c, d$ . Всего возможных цифр 9:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

2) Самое большое простое число, получаемое из суммы 3 цифр, равно  $6 + 8 + 9 = 23$ . А потому все возможные простые числа  $\leq 23$ :



1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23.

11-5

3) Мы не можем задействовать 0, а также четные цифры, поскольку в сочетании друг с другом и нечетными в сумме они могут дать число, не являющееся простым.

Пример: 0 8 3 5  $0+3+5=8$   $8:1, 2, 4, 8$  - не простое число

4) У нас остаются цифры: 1, 3, 5, 7, 9

Если цифры 1 3 5 7, то  $3+5+7=15$   $15:1, 3, 5, 15$  - не простое число

Если цифры 3 5 7 9, то  $3+5+7=15$   $15$  - не простое число

68

Остается вариант с цифрами 1 3 7 9:

$1+3+7=11$   $11:1, 11$   $11$  - простое число

$1+7+9=17$   $17:1, 17$   $17$  - простое число

$3+7+9=19$   $19:1, 19$   $19$  - простое число

Всегда следует, что число содержит цифры

1, 3, 7, 9

Ответ: 1, 3, 7, 9

3.  $x^4 - x + 1 = (x^2 + x + 1)(x^2 + 2x + 4)$

$$x^4 - x + 1 = x^4 + 2x^3 + 4x^2 + x^3 + 2x^2 + 4x + x^2 + 2x + 4$$

$$x^4 - x + 1 = x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 6x + 4$$

$$x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 7x + 3 = 0$$

В уравнении внешних корней не найдём среди

75

делителей свободного члена

11-5

$$3: \pm 1 \pm 3$$

Если  $x = -1$ , то

$$1 - 3 + 6 - 7 + 3 = 0 \Rightarrow x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 7x + 3 = 0$$

Значит,  $x = -1$  — корень уравнения  $x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 7x + 3 = 0$

По схеме Горнера разложим уравнение на множители

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 3 & 6 & 7 & 3 \\ -1 & 1 & 2 & 4 & 3 & 0 \end{array} \quad (x+1)(x^3 + 2x^2 + 4x + 3) = 0$$

$$x^3 + 2x^2 + 4x + 3 = 0 \quad 3: \pm 1 \pm 3$$

Если  $x = -1$ , то

$$-1 + 2 - 4 + 3 = 0 \Rightarrow x^3 + 2x^2 + 4x + 3 = 0$$

Значит  $x = -1$  — корень уравнения  $x^3 + 2x^2 + 4x + 3 = 0$

Снова разложим уравнение на множители по схеме Горнера!

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & 4 & 3 \\ -1 & 1 & 1 & 3 & 0 \end{array} \quad (x+1)^2(x^2 + x + 3) = 0$$

$$x^2 + x + 3 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 3 = 1 - 12 = -11$$

т.к.  $D < 0$ , уравнение  $x^2 + x + 3$  не имеет корней  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  уравнение имеет единственный корень  $x = -1$

Ответ:  $-1$